

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Σεπτέμβριος 2018

ΠΡΟΣΟΧΗ: Η διάρκεια των εξετάσεων είναι τρεις ώρες. Όλα τα θέματα είναι ισοδύναμα (2 μονάδες το καθένα). **Καλή Επιτυχία.**

Θέμα 1 : α) Να μετατραπεί ο αριθμός του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης 38.8125, σε αριθμό του δυαδικού συστήματος αρίθμησης.

β) Να βρεθεί το αποτέλεσμα των πράξεων $x/y + z$, όπου $x = 15.2$, $y = 30.2$, $z = 0.322$, αν αυτές εκτελεστούν από ηλεκτρονικό υπολογιστή που δουλεύει στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης (το β της Μηχανής είναι 10) και αποθηκεύει τα δεδομένα και τα ενδιάμεσα αποτελέσματα, στρογγυλεύοντάς τα σε δυο σημαντικά ψηφία (το t της Μηχανής είναι 2).

Θέμα 2 : Δίνεται η εξίσωση $f(x) = x^2 - 3x + \cos x = 0$. Να αποδειχτεί ότι στο διάστημα $[0, 1]$ αυτή έχει μια μοναδική απλή ρίζα x^* . Για την εύρεση της ρίζας αυτής προτείνεται ο αλγόριθμος

$$x_{n+1} = \frac{1}{3}(x_n^2 + \cos x_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Να αποδείξετε ότι ο αλγόριθμος συγκλίνει στη ρίζα x^* για κάθε x_0 στο διάστημα $I = [0, 1]$.

β) Να γίνουν δυο επαναλήψεις της μεθόδου του Νεύτωνα για την εύρεση της $\sqrt{3}$, με $x_0 = 1$.

Θέμα 3 : Δίνεται το γραμμικό σύστημα $Ax = b$, με $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ -5 \end{pmatrix}$.

α) Να λυθεί το σύστημα με τη μέθοδο απαλοιφής του Gauss με μερική οδήγηση.

β) Να εξεταστεί αν συγκλίνει η επαναληπτική μέθοδος Jacobi για τη λύση του συστήματος.

Θέμα 4 : Να βρεθεί το πολυώνυμο παρεμβολής της συνάρτησης f που δίνεται από τον πίνακα

τιμών $\begin{array}{c|cccc} x_i & 0 & 1 & 3 & 6 \\ \hline f_i & 0 & -4 & -6 & 6 \end{array}$, με τη μέθοδο διαιρεμένων διαφορών του Νεύτωνα. Στη συνέ-

χεια να βρεθεί η f όταν είναι γνωστό ότι είναι πολυώνυμο τετάρτου βαθμού με συντελεστή μεγιστοβαθμίου όρου 1, χρησιμοποιώντας μόνο παρεμβολή.

Θέμα 5 : Δοθέντος ότι η συνάρτηση f , που δίνεται από τον πίνακα τιμών:

$\begin{array}{c|ccccc} x_i & -3 & -1 & 0 & 1 & 3 \\ \hline f_i & -30 & -4 & -3 & -2 & 24 \end{array}$, είναι πολυώνυμο τρίτου βαθμού, να βρεθούν οι ακριβείς τι-

μές των ολοκληρωμάτων: $\int_{-3}^3 f(x)dx$ και $\int_1^3 f(x)dx$, χρησιμοποιώντας κατάλληλους τύπους αριθμητικής ολοκλήρωσης, χωρίς να βρεθεί η f .